УДК 622.272:516.02
**© С.В. Черданцев,
П.А. Шлапаков,
А.Ю. Ерастов, С.А. Хаймин,
К.С. Лебедев, В.В. Колыхалов,
Е.А. Шлапаков, 2018**

С.А. ХАЙМИН
старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: hsa007@mail.ru

С.В. ЧЕРДАНЦЕВ
д-р техн. наук,
ведущий научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: svch01@yandex.ru

К.С. ЛЕБЕДЕВ
научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово

П.А. ШЛАПАКОВ
заведующий лабораторией
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: shlapak1978@mail.ru

В.В. КОЛЫХАЛОВ
старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: X77kem@mail.ru

А.Ю. ЕРАСТОВ
старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: erastov_a_y@mail.ru

Е.А. ШЛАПАКОВ
научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e–mail: lairxx@yandex.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЛИКВИДАЦИИ ОЧАГА САМОНАГРЕВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ШАХТЫ «ОЛЬЖЕРАССКАЯ-НОВАЯ»

На базе одномерной нестационарной модели теплопроводности сформулирована краевая задача Дирихле, описывающая процесс изменения температурного поля в породоугольном скоплении при наличии в нем очага самонагревания в условиях шахты «Ольжерасская-Новая». Описан способ построения точного решения задачи Дирихле, на основе которого получена формула, позволяющая определить температуру породоугольного скопления в любой момент времени в произвольном месте скопления.

Найден промежуток времени, в течение которого температура породоугольного скопления принимает наперед заданное значение в процессе ликвидации очага самонагревания.

Ключевые слова: ОЧИСТНЫЕ ВЫРАБОТКИ, УГОЛЬНЫЙ ПЛАСТ, ПОРОДОУГОЛЬНЫЕ СКОПЛЕНИЯ, УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, КОЭФФИЦИЕНТ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ, ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ, ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ, МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ.

Разрыхленные массы угля, оставляемые в завалах очистных выработок, являются одними из основных причин возникновения очагов самонагревания угля, которые характеризуются в первую очередь резким повышением температуры породоугольных скоплений внутри очага и повышенным теплообменом с окружающими породами. В силу сказанного очаг самонагревания можно рассматривать как тепловой «источник», являющийся причиной сложного нестационарного процесса распространения температурного поля.

Сложность описания данного процесса определяется, во-первых, неоднородностью и анизотропностью массива, в связи с чем теплофизические коэффициенты являются функциями координат.

Во-вторых, — технологическими мероприятиями, в силу которых массив горных пород «изрезан» выработками различного назначения, сильно искажающими температурные поля в массиве.

В-третьих, — направлением и конфигурацией выработок, что вызывает сложности задания краевых условий на контуре выработок.

В-четвертых, — неопределенностью положения очага самонагревания, в связи с чем тепловое поле в массиве зачастую не определено.

Исходя из сказанного, построить точное решение задачи о нестационарном температурном поле не представляется возможным. Поэтому мы будем искать решение задачи при следующих упрощающих допущениях:

1) в пределах рассматриваемого очистного участка породоугольное скопление будем полагать однородным и изотропным, в связи с чем теплофизические коэффициенты будем считать постоянными и одинаковыми во всех направлениях;

2) будем рассматривать породоугольное скопление как совокупность изолированных «балок-полосок» квадратного поперечного сечения, процесс распространения температурного поля в которых происходит только вдоль их длины.

На основании принятых допущений задачу о нестационарном температурном поле в условиях шахты «Ольжерасская-Новая» рассмотрим в следующем порядке.

Выделим из породоугольного скопления лавы 21-1-9 в окрестности оси x (рис. 1) «балку-полоску» квадратного поперечного сечения, высота которого b равна мощности угольного пласта, а длина «балки полоски» l (рис. 2) равна расстоянию между очагом самонагревания и очистным забоем.

Правый торец «балки-полоски» соприкасается с породами, окружающими очистной забой, температура которых $T_1(t)$, а левый — с породами в очаге самонагревания, температура в котором $T_2(t)$ (рис. 2). Требуется найти температурное поле в «балке-полоске» в любой момент времени.

Поскольку размеры поперечного сечения «балки-полоски» малы по сравнению с ее длиной l, то можно считать перепад температуры в поперечном сечении «балки-полоски» незначительным и им можно пренебречь, полагая, что

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0\,. \qquad (1)$$

В силу сказанного температурное поле в породоугольном скоплении может быть определено на базе решения задачи Дирихле для одномерного уравнения теплопроводности [1–3]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\,, \qquad (2)$$

удовлетворяющего начальному условию

$$T\big|_{t=0} = \varphi(x) \qquad (3)$$

и двум граничным условиям

$$T\big|_{x=0} = T_1(t)\,,\ T\big|_{x=l} = T_2(t)\,. \qquad (4)$$

В уравнении (2) и условиях (3), (4) приняты следующие обозначения: t — время; $T = T(x,t)$ — температура породоугольного скопления; a — коэффициент температуропроводности; x — координата, направленная от очистного забоя к очагу нагревания; $T_1(t)$, $T_2(t)$ — температуры породоугольного скопления соответственно в окрестности очистного забоя и в очаге самонагревания, которые в начальный момент времени равны $T_1(0)$, $T_2(0)$.

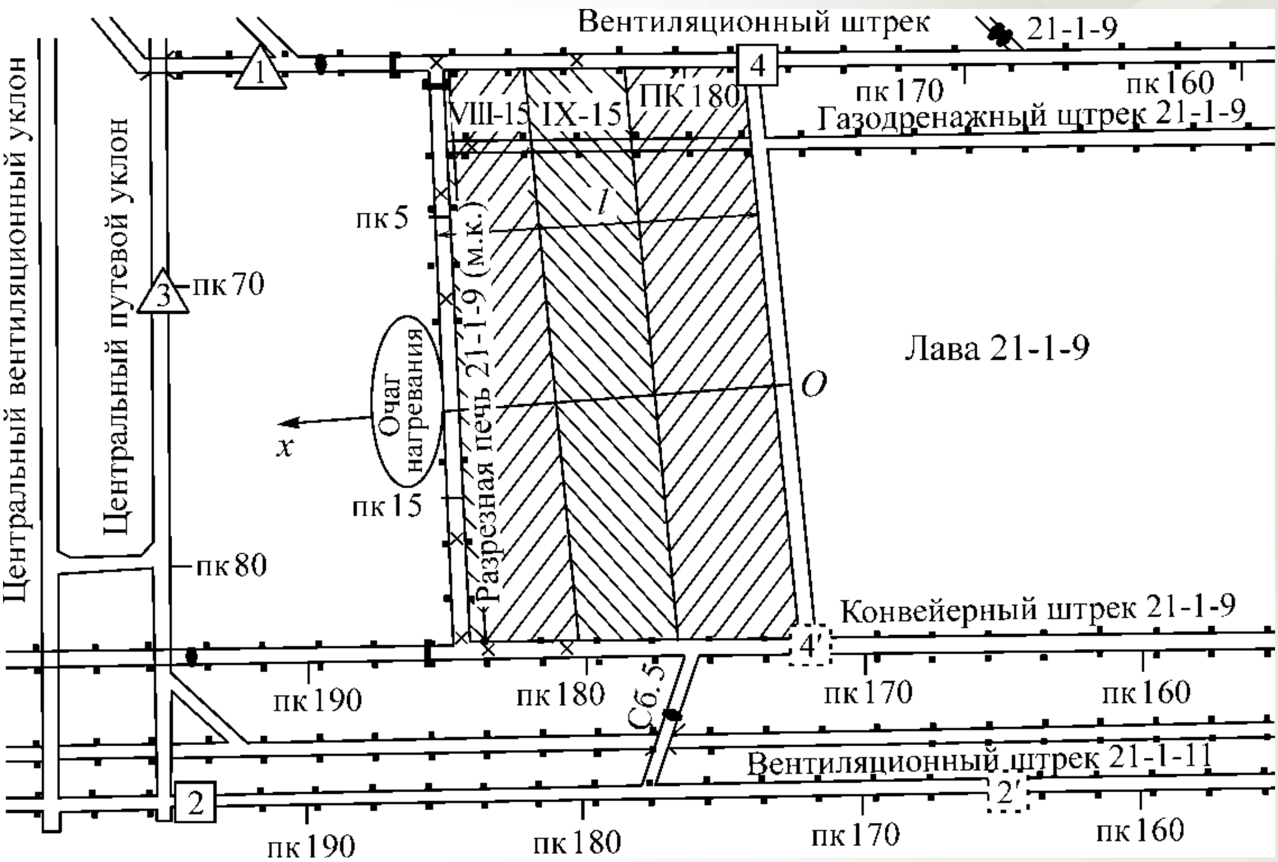

Рис. 1. План горных работ лавы 21-1-9 шахты «Ольжерасская-Новая»

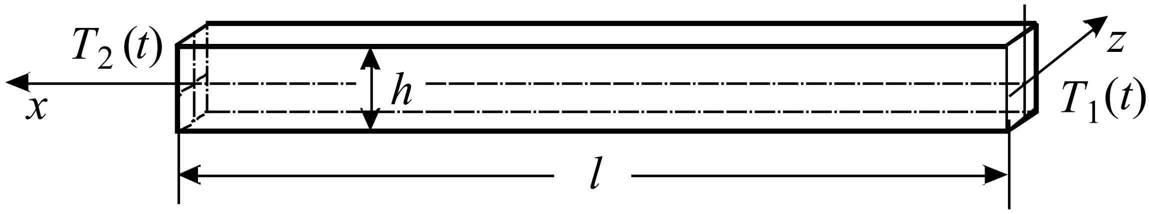

Рис. 2. Схема «балки-полоски»

Функция $\varphi(x)$ представляет собой зависимость температуры от координаты x в начальный момент времени, которую мы представим как

$$\varphi(x) = T_1(0) + [T_2(0) - T_1(0)]\frac{x}{l}. \qquad (5)$$

Полагая функции $T_1(t)$, $T_2(t)$ линейными, определим их следующим образом:

$$T_1(t) = T_1(0) + \frac{T_k - T_1(0)}{t_k}t, \quad T_2(t) = T_2(0) - \frac{T_2(0) - T_k}{t_k}t, \qquad (6)$$

где T_k — температура породоугольного скопления, которая установится за промежуток времени t_k после проведения профилактических мероприятий по ликвидации очага самонагревания.

Для отыскания решения задачи Дирихле воспользуемся методом Фурье [4–6], согласно которому частные решения уравнения (2) ищем в виде

$$T_n(x,t) = T_n(x)T_n(t), \qquad (7)$$

где функция $T_n(x)$ зависит только от координаты x, а $T_n(t)$ — только от времени t, при этом индекс n = 1, 2, ...,∞ и, следовательно, частные решения $T_n(x,t)$ образуют полную систему функций, в силу чего общим решением уравнения (2) является функция

$$T(x,t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} T_n(x)T_n(t). \qquad (8)$$

Подставив формулу (7) в уравнение (2) и затем разделив полученное уравнение на $T_n(x)$ $T_n(t)$, приходим к равенству

$$\frac{1}{a}\frac{\dot{T}_n(t)}{T_n(t)} = \frac{T_n''(x)}{T_n(x)}, \qquad (9)$$

в котором точкой обозначена производная по t, а штрихами — по x.

Поскольку левая часть равенства (9) зависит только от t, а правая — только от x, то равенство (9) удовлетворяется лишь в том случае, если обе его части являются постоянной величиной, которую обозначим $-\Omega_n^2$. Тогда уравнение (9) распадается на два уравнения

$$\dot{T}_n(t) + \Omega_n^2 a T_n(t) = 0, \qquad (10)$$

$$T_n''(x) + \Omega_n^2 T_n(x) = 0, \qquad (11)$$

решениями которых являются функции [7 – 9]

$$T_n(t) = A_n e^{-\Omega_n^2 a\cdot t}, \qquad (12)$$

$$T_n(x) = B_n \cos(\Omega_n x) + C_n \sin(\Omega_n x), \qquad (13)$$

содержащие неизвестные постоянные интегрирования A_n, B_n, C_n и собственные значения Ω_n.

Подставив выражение (13) в граничные условия (4), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} &A_n \cos(0) + B_n \sin(0) = T_1(t), \\ &A_n \cos(\Omega_n l) + B_n \sin(\Omega_n l) = T_2(t), \end{aligned} \qquad (14)$$

которая не определена, поскольку число неизвестных C_{1n}, C_{2n}, Ω_n в ней превышает количество уравнений системы. Поэтому, следуя монографии [4], вначале рассмотрим однородную систему

$$\begin{aligned} &A_n \cos(0) + B_n \sin(0) = 0, \\ &A_n \cos(\Omega_n l) + B_n \sin(\Omega_n l) = 0, \end{aligned} \qquad (15)$$

вытекающую из (14) при условии, что $T_1(t) = T_2(t) = 0$. Тогда, согласно теореме Кронекера – Капели [10], система (15) имеет решения только в том случае, если ее определитель равен нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \cos(\Omega_n l) & \sin(\Omega_n l) \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая определитель, получаем трансцендентное уравнение

$$\sin(\Omega_n l) = 0,$$

из которого находим собственные значения

$$\Omega_n = \frac{n\pi}{l}. \qquad (16)$$

Поскольку из первого уравнения системы (15) следует $A_n = 0$, то частными решениями уравнения (11) являются функции

$$T_n(x) = B_n \sin\frac{n\pi x}{l}, \qquad (17)$$

представляющие собой собственные функции в рассматриваемой задаче, основным свойством которых является ортогональность [4 – 6]:

$$\int_0^l \sin\frac{n\pi x}{l}\sin\frac{m\pi x}{l}dx = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad n \neq m, \\ \frac{1}{2}l, & \text{если} \quad n = m. \end{cases} \qquad (18)$$

Нетрудно заметить, что из системы (14) мы не можем найти постоянную B_n, поэтому функцию $T_n(t)$ будем искать с помощью формулы (8), содержащей функцию $T_n(x)$, определенную по формуле (17), в которой примем $B_n = 1$. Тогда формулу (8) мы перепишем:

$$T(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\sin\frac{n\pi x}{l}, \qquad (19)$$

и выполним в ней следующие процедуры.

Вначале умножим равенство (19) на собственную функцию $\sin(n\pi x/l)$ и проинтегрируем в пределах длины «балки-полоски». Учитывая условие ортогональности собственных функций (18), находим

$$T_n(t) = \frac{2}{l}\int_0^l T(x,t)\sin\frac{n\pi x}{l}dx. \qquad (20)$$

Затем правую часть полученной формулы преобразуем путем интегрирования по частям два раза и, в силу уравнения (2) и граничных условий (4), преобразуем к виду

$$T_n(t) = \frac{2}{n\pi}\left[T_1(t) - (-1)^n T_2(t)\right] - \\ - \frac{2l}{n^2\pi^2}\int_0^l \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\sin\frac{n\pi x}{l}dx. \qquad (21)$$

Далее продифференцируем (20) по t:

$$\frac{dT_n(t)}{dt} = \frac{2}{l}\int_0^l \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\sin\frac{n\pi x}{l}dx,$$

и выразим из полученного равенства интеграл

$$\int_0^l \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\sin\frac{n\pi x}{l}dx = \frac{l}{2}\frac{dT_n(t)}{dt},$$

который подставим в (21):

$$\frac{dT_n(t)}{dt} + \frac{n^2\pi^2 a}{l^2}T_n(t) = \frac{2n\pi a}{l^2}\left[T_1(t) - (-1)^n T_2(t)\right]. \qquad (22)$$

Сопоставляя уравнения (10) и (22), отмечаем, что первое из них однородное, в то время как второе — неоднородное и содержит граничные условия (4) данной задачи. Интегрируя уравнение (22), получаем выражение

$$T_n(t) = e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot t}\left\{C_n + \frac{2n\pi a}{l^2}\int_0^t e^{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot\tau} \right. \\ \left. \left[T_1(\tau) - (-1)^n T_2(\tau)\right]d\tau\right\}, \qquad (23)$$

положив в котором $t = 0$, находим

$$C_n = T_n(0).$$

Далее подставив начальное условие (3) в формулу (19), получаем выражение

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} T_n(0)\sin\frac{n\pi x}{l}, \qquad (24)$$

умножив которое на собственную функцию $\sin(n\pi x/l)$, а затем, проинтегрировав в пределах длины «балки-полоски» с учетом условия ортогональности (18), определим

$$T_n(0) = \frac{2}{l}\int_0^l \varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx. \qquad (25)$$

Подставив полученную формулу сначала в (23):

$$T(x,t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot t}\left\{\frac{2}{l}\int_0^l \varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx + \right. \\ \left. + \frac{2n\pi a}{l^2}\int_0^t e^{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot\tau}\left[T_1(t) - (-1)^n T_2(t)\right]d\tau\right\},$$

а затем в (19), получаем искомое решение задачи Дирихле

$$T(x,t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot t}\left\{\frac{2}{l}\int_0^l \left[T_1(0) + [T_2(0) - \right.\right. \\ \left. - T_1(0)]\frac{x}{l}\right]\sin\frac{n\pi x}{l}dx + \frac{2n\pi a}{l^2}\int_0^t e^{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot\tau}\left[T_1(0) + \right. \\ + \frac{T_k - T_1(0)}{t_k}\tau - (-1)^n\left(T_2(0) - \right. \\ \left.\left.\left. \frac{T_2(0) - T_k}{t_k}\tau\right)\right]d\tau\right\}\sin\frac{n\pi x}{l}, \qquad (26)$$

описывающее в рамках одномерной модели нестационарное температурное поле в породоугольном скоплении.

Таким образом, используя формулу (26), мы можем определить, с одной стороны, температуру породоугольного скопления в любой момент времени в любом сечении «балки-полоски». А с другой стороны, мы можем найти промежуток времени $t = t_k$, в течение которого температура в произвольном сечении «балки-полоски» станет равной наперед заданной температуре породоугольного скопления T_k после выполнения профилактических мероприятий по ликвидации очага самонагревания.

Пусть в момент времени $t = t_k$ температура породоугольного скопления в сечении x = l/2 «балки-полоски» стала равной заданной температуре $T(l/2,\ t_k) = T_k$. Подставляя эти значения в формулу (26), получаем трансцендентное уравнение относительно искомой величины t_k

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot t_k} \left\{ \frac{2}{l}\int_0^l \left[T_1(0)+[T_2(0)- -T_1(0)]\frac{x}{l}\right]\sin\frac{n\pi x}{l}dx + \frac{2n\pi a}{l^2}\int_0^{t_k} e^{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a\cdot\tau}\left[T_1(0)+ +\frac{T_k-T_1(0)}{t_k}\tau-(-1)^n\left(T_2(0)- -\frac{T_2(0)-T_k}{t_k}\tau\right)\right]d\tau\right\}\sin\frac{n\pi}{2}-T_k=0. \qquad (27)$$

Анализируя интегралы в формуле (27), замечаем, что с помощью стандартных процедур их можно привести к табличным интегралам, однако, ввиду громоздкости, мы вычислили их с помощью математической программы MathCAD.

Затем бесконечный ряд (27) мы заменили рядом, содержащим конечное число членов $n = N$, и нашли решение t_k трансцендентного уравнения (27).

После этого выполнен анализ сходимости конечного ряда, в результате которого установлено, что с погрешностью не более 5 % в ряде (27) достаточно принять $N = 9$, т. е. удержать девять членов ряда.

Вычислительные процедуры мы выполнили при следующих исходных данных:

l = 130 м — расстояние между очистным забоем и очагом самонагревания, представляющее собой длину породоугольного скопления;

$T1(0)$ = 283 K — температура пород, окружающих очистной забой в начальный момент времени;

$T2(0)$ = 453 K — температура пород в очаге самонагревания в начальный момент времени;

T_k = 294 K — температура породоугольного скопления после выполнения мероприятий по ликвидации очага самонагревания;

t_k — промежуток времени, в течение которого температура породоугольного скопления достигла значения T_k;

ρ, c_p, λ — соответственно плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности породоугольного скопления, взятые из [11]: $\rho = 1{,}4\cdot10^3$ кг/м³; c_p = $0{,}835\cdot10^3$ Дж/(кг·K); $\lambda = 46{,}5\cdot10^{-2}$ Вт/(м·K) — коэффициент теплопроводности.

Коэффициент температуропроводности вычисляем по формуле [1–3]

$$a=\frac{\lambda}{c_p\rho}=\frac{46{,}5\cdot10^{-2}}{0{,}835\cdot10^3\cdot1{,}4\cdot10^3}=3{,}98\cdot10^{-7}\,\text{м}^2/\text{с}.$$

При указанных исходных данных и при $N = 9$ решением трансцендентного уравнения (27) является величина t_k = 2,678x106 с = 31 сутки.

На основании полученного результата инженерно-технической службой шахты «Ольжерасская-Новая» принято решение о затоплении выявленного очага самонагревания с поддержанием уровня затопления в течение 31 суток.

По истечении этого времени и после откачки воды из аварийного контура были проведены повторные геофизические исследования, которые не обнаружили очагов самонагревания. В связи с этим, решением технического совета шахты «Ольжерасская-Новая» очаг самонагревания в лаве 21-1-9 списан в категорию ликвидированных. После восстановительных мероприятий лава работает в обычном режиме.

Вывод

1. Сформулирована задача Дирихле для одномерного уравнения параболического типа, описывающая температурное поле в породоугольном скоплении.

2. Построено решение задачи Дирихле, представляющее собой формулу, с помощью которой можно определить температуру породоугольного скопления в любой момент времени и в любой его точке.

3. Получено трансцендентное уравнение относительно времени остывания породоугольного скопления, численно найдено его приближенное решение, и обоснована сходимость решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А.В. Тепломассообмен. — М.: Энергия, 1978. — 480 с.
2. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М: Атомиздат, 1979. — 416 с.
3. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1987. — 502 с.
4. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высш. школа, 1970. — 712 с.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977. — 736 с.
6. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. — М.: Физматлит, 2004. — 400 с.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. — М.: Физматгиз, 1959. — 468 с.
8. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Высш. школа, 1967. — 565 с.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974. — 331 с.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Изд. 6-е, стер. — М.: Физматлит, 2005. — 280 с.
11. Ржевский В.В., Новик Г.Я. Основы физики горных пород. Изд. 3-е, перераб. и доп. — М.: Недра, 1978. — 390 с.

UDC 622.272:516.02

S.V. Cherdantsev
Doctor of Engineering Sciences,
Leading Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: svch01@yandex.ru

P.A. Shlapakov
Laboratory Head
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: shlapak1978@mail.ru

A.Yu. Erastov
Senior Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: erastov_a_y@mail.ru

S.A. Khaymin
Senior Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: hsa007@mail.ru

K.S. Lebedev
Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo

K.S. Lebedev
Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo

V.V. Kolykhalov
Senior Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: x77kem@mail.ru

E.A. Shlapakov
Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e–mail: lairxx@yandex.ru

TIME DETERMINATION OF SPONTANEOUS HEATING PLACE IN OLZHERASSKAYA-NOVAYA COAL MINE

Dirichlet problem describing the process of temperature pattern change in the coal and rock accumulation with spontaneous heating place in Olzherasskaya-Novaya coal mine on the basis of the one-dimensional non-stationary heat conduction model is posed.

The construction method for the explicit solution to the Dirichlet problem is described. On the basis of the method, the formula used to determine the temperature of the rock and coal accumulation at any time in any location of the accumulation is obtained.

The time interval during which the temperature of the rock and coal accumulation possesses a predetermined value in the process of self-heating seat suppression is found.

Key words: BREAKAGE HEADINGS, COAL BED, COAL AND ROCK NEST, THERMAL CONDUCTIVITY EQUATION, TEMPERATURE CONDUCTIVITY COEFFICIENT, TEMPERATURE PATTERN, DIRICHLET PROBLEM, METHOD OF VARIABLE SEPARATION.

REFERENCES

1. Lykov A.V. Teplomassoobmen (Heat-mass exchange). M.: Energiya, 1978. 480 p.

2. Kutateladze S.S. Osnovy teorii teploobmena (The foundations of the heat-mass exchange theory). M.: Atomizdat, 1979. 416 p.

3. Frank-Kamenetskiy D.A. Diffuziya i teploperedacha v khimicheskoy kinetike (Diffusion process and heat-mass exchange in chemichal kinetics). M.: Nauka, 1987. 502 p.

4. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki (Partial differential equations in mathemetical physiscs). M.: Vyssh. shkola, 1970. 712 p.

5. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Uravneniya matematicheskoy fiziki (Equations of mathemetical physiscs). M.: Nauka, 1977. 736 p.

6. Vladimirov B.C., ZHarinov V.V. Uravneniya matematicheskoy fiziki (Equations of mathemetical physiscs). M.: Fizmatlit, 2004. 400 p.

7. Stepanov V.V. Kurs differentsialnykh uravneniy (Course of differential equations). M.: Fizmatgiz, 1959. 468 p.

8. Matveev N.M. Metody integrirovaniya obyknovennykh differentsialnykh uravneniy (Differential equations integration scheme). M.: Vyssh. shkola, 1967. 565 p.

9. Pontryagin L.S. Obyknovennye differentsialnye uravneniya (Ordinary differential equation). M.: Nauka, 1974. 331 p.

10. Ilyin V.A., Poznyak E.G. Lineynaya algebra (Linear algebra). Izd. 6-e, ster. M.: Fizmatlit, 2005. 280 p.

11. Rzhevskiy V.V., Novik G.YA. Osnovy fiziki gornykh porod (Fundamentals of rock formation). Izd. 3-e, pererab. i dop. M.: Nedra, 1978. 390 p.