

УДК 622.023.23

© Н.В. Черданцев, 2024

Н.В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук,
главный научный сотрудник
ФИЦ УХХ СО РАН, г. Кемерово
e-mail: nvch2014@yandex.ru



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ КРАЕВОЙ ЗОНЫ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА, ОТРАБАТЫВАЕМОГО ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКОЙ

Задача относится к классу плоских упруго пластических задач. В них для построения поля напряжений в краевой предельно напряжённой зоне пласта достаточно системы двух дифференциальных уравнений равновесия и одного условия предельного состояния для приведения её к дифференциальному уравнению гиперболического типа, которое решается методом характеристик. На базе построенного поля напряжений задача о напряженном состоянии окружающего массива горных пород сводится ко второй внешней краевой задаче теории упругости и решается методом граничных элементов. Стыковка упругой и пластической задач, из которой определяется ширина предельно напряжённой зоны пласта, производится методом последовательных приближений. Используемый при построении поля напряжений критерий прочности Кулона — Мора соответствует диаграмме Прандтля с горизонтальным участком деформирования. В этой связи для построения поля перемещений в угольном пласте дополнительно к построенному полю напряжений используются уравнения теории пластичности в форме ассоциированного закона пластического течения. В качестве условия разрушения пласта принят деформационный критерий, в котором величина его интенсивности деформации сравнивается со справочной информацией о механических характеристиках угольных пластов.

Ключевые слова: УГОЛЬНЫЙ ПЛАСТ, ГОРНАЯ ВЫРАБОТКА, КРИТЕРИЙ КУЛОНА — МОРА, АССОЦИИРОВАННЫЙ ЗАКОН ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ.

ВВЕДЕНИЕ

При отработке угольных месторождений подземным способом к основным проблемам, снижающим производительность и безопасность труда, относятся геодинамические явления, часто проявляющихся в форме горных ударов и внезапных выбросов метана или газоугольной смеси [1–3].

В большинстве исследований по геодинамическим явлениям важнейшими показателями, с помощью которых оцениваются эти явления, и осуществляется их прогноз, служат

поля напряжений и деформаций в окрестности ведения горных работ [1–5]. Поэтому особую важность в решении проблемы по предупреждению газодинамических явлений занимает решения задач о компонентах этих полей и характерах их распределения в углепородном массиве.

В этой связи огромную роль приобретает разработка математических моделей, построенных на базе фундаментальных методов механики деформируемого твёрдого тела, и их применение для построения надёжных

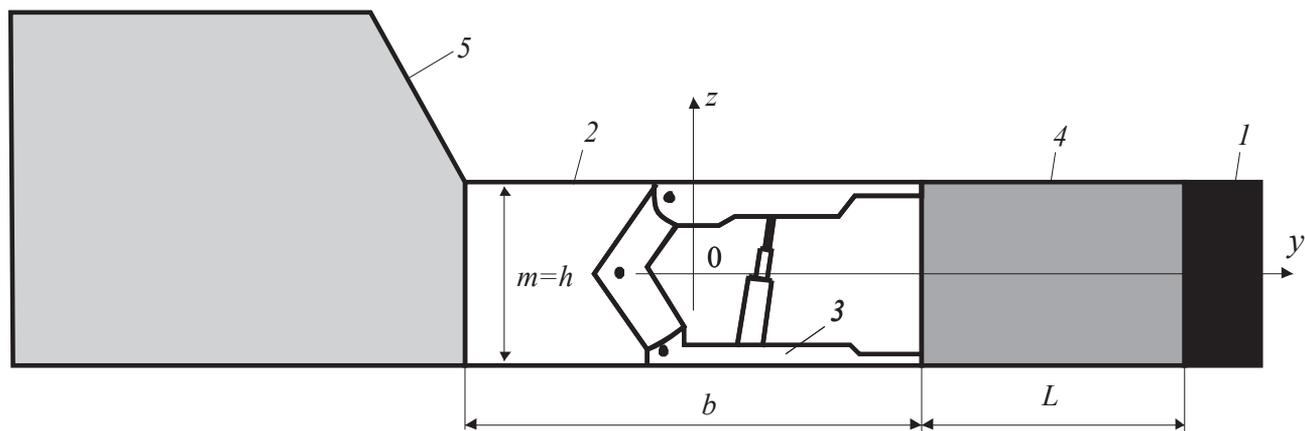


Рис. 1. Расчётная схема массива с очистной выработкой

прогнозных оценок геодинамических явлений.

Известно, что среди других критериев, используемых в механике деформируемого твёрдого тела, критерий Кулона — Мора наиболее точно описывает переход горных пород в неупругое (пластическое) состояние [6–13]. Согласно этому критерию горные породы, находясь в пластическом состоянии, деформируются при постоянном уровне напряжений согласно идеализированной диаграмме Прандтля, на которой горизонтальный участок неограничен.

Следовательно, горные породы, переходя в предельно напряжённое состояние, соответствующее пластическому течению, не разрушаются и могут неограниченно деформироваться. Однако реальные породы таким свойством не обладают и разрушаются при ограниченной величине пластической деформации [7, 8, 12].

В этой связи в качестве критерия разрушения горной породы может быть принят деформационный критерий, согласно которому разрушение породы наступает, если величина её интенсивности деформаций превысит величину интенсивности деформаций в разрушенном однотипном образце при одноосном сжатии.

Целью данной статьи является построение в окрестности очистной выработки поля деформаций и перемещений на основе разработанной ранее модели напряжённого состояния в окрестности пластовой выработки и проверка прочности отработываемого

очистной выработкой угольного пласта на основе деформационного критерия разрушения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЕЁ РЕШЕНИЯ

Задача формулируется следующим образом (рис. 1). В массиве горных пород, нагруженном гравитационным давлением сверху и снизу γH , а с боков — $\lambda \gamma H$ (λ — коэффициент бокового давления), на глубине H расположен угольный пласт 1, отработываемый на всю его мощность m очистной выработкой 2 (с механизированной крепью 3) прямоугольного сечения размерами $b \times h$. Система координат yOz расположена в центре тяжести поперечного сечения выработки. В краевой части пласта образуется предельно напряжённая зона 4 шириной L , а позади выработки находится слой обрушенных пород 5. Размер выработки вдоль трассы (вдоль оси x) значительно превосходят их размеры в плоскости Oyz , поэтому породы в окрестности выработки находятся в условиях плоской деформации и деформация ϵ_x в этом направлении равна нулю.

Приняты следующие механические (упругие и прочностные) характеристики угольного пласта. Характеристики упругости: E — модуль продольной упругости, μ — коэффициент Пуассона; характеристики прочности и пластичности: σ_0 — предел прочности на одноосное сжатие, K — коэффициент сцепления, ρ — угол внутреннего трения [14],

σ'_0 — предел прочности на сжатие, K' — коэффициент сцепления, ρ' — угол внутреннего трения на контакте пласта с остальным массивом. ε_{np} — предельная относительная деформация при одноосном сжатии, ν — коэффициент поперечной деформации пласта в предельно напряжённой зоне.

Характеристики слоя обрушенных пород: σ_s , K_s , ρ_s — предел прочности, коэффициент сцепления и угол внутреннего трения; K'_s , ρ'_s — коэффициент сцепления и угол внутреннего трения по контакту слоя с массивом приняты, соответственно.

Особенность задачи о напряжённом состоянии массива с пластовой выработкой заключается в том, что прочность окружающих горных пород, как правило, существенно выше прочности пласта, по которому движется очистная выработка. Так предел прочности пород кровли σ_k может достигать 100 МПа и выше. Поэтому если эти породы деформируются ещё упруго, то краевая часть пласта шириной L уже находится в предельном состоянии.

Кроме этого, позади очистной выработки образуется слой обрушенных пород и в этой связи при решении задачи их физико-механические свойства также должны быть учтены. В этом отношении можно рассматривать два варианта учёта свойств обрушенных пород. В первом варианте слой обрушенных пород принимается сыпучей средой, полностью потерявшую связность [7, 15]. Во втором варианте обрушенные породы, несмотря на разупрочнение, обладают связностью и их коэффициент сцепления не равен нулю [6, 16]. В обоих вариантах учёта свойств обрушенных пород задачу о напряжённом состоянии вмещающего массива следует решать как упруго-пластическую, поскольку краевые зоны пласта и слоя обрушенных пород находятся в предельно напряжённом неупругом (пластическом) состоянии [17].

Предельно напряжённая зона пласта начинают развиваться с его обнажения в бортах выработки при достижении вертикальным главным напряжением σ_1 (главное напряжение σ_3 на обнажении равно нулю) значения

σ_0 . При увеличении σ_1 зона неупругих деформаций распространяется вглубь пласта, и в этой зоне он деформируется не только по направлению его мощности, но главным образом в плоскости контактов между пластом и окружающими породами. Поскольку вдоль контактов пласта с окружающими породами возможно нарушение сплошности, проявляющееся в виде проскальзывания, то в нём будут одновременно существовать два предельных состояния равновесия: общее (состояние самого пласта) и специальное (состояние по контакту пласта с окружающим массивом) [2, 15].

В этой связи в строгой постановке задачи необходимо использовать два критерия перехода его в предельное состояние: общий и специальный. Эти критерии графически интерпретируются как касание кругов Мора, построенных в точках пласта и по поверхности ослабления, прямолинейных огибающих кругов предельных состояний по пласту и по поверхностям ослаблений (по контакту пласта с массивом) [2, 7, 15]. Совместно с дифференциальными уравнениями равновесия они образуют систему нелинейных уравнений относительно приведённого напряжения σ и угла φ между главным напряжением σ_1 и осью абсцисс y (рис. 2) [2, 15]. Она сводится к дифференциальному уравнению гиперболического типа и его интегрирование производится методом характеристик, на которых вид уравнений значительно упрощается. Характеристики совпадают с линиями скольжения материала и представляют сетку, состоящую из двух систем, пересекающихся под углом $2\varepsilon = \pi/2 - \rho$ кривых линий. Напряжение σ_1 в произвольной точке составляет с каждой из проходящих через неё линий скольжения угол $\pm\varepsilon$ [7, 15].

Несмотря на относительно простой вид полученных дифференциальных уравнений, их интегрирование в замкнутом виде получается лишь в ряде некоторых частных случаев. В общем случае решение может быть получено только численным методом путём замены дифференциальных уравнений рекуррентными конечно-разностными выражениями.

В зависимости от условий на границах участков вычислительная процедура сводится к последовательному решению трёх краевых задач механики предельного равновесия сыпучих сред для ряда характерных участков этой области [2, 15, 18].

Главные напряжения, а также напряжения σ_y , σ_z , τ_{yz} определяются по следующим формулам [15]:

$$\sigma_1 = \sigma(1 + \sin \rho) - c, \quad \sigma_3 = \sigma(1 - \sin \rho) - c.$$

$$\sigma_y = \sigma(1 + \sin \rho \cdot \cos 2\varphi) - c, \quad \sigma_z = \sigma(1 - \sin \rho \cdot \cos 2\varphi) - c, \\ \tau_{yz} = \sigma \cdot \sin \rho \cdot \sin 2\varphi - c,$$

где параметр $c = K \sigma \tan \rho$.

Как показывают результаты расчёта, если углы внутреннего трения самого пласта и на его контакте не совпадают ($\rho \neq \rho'$, $K \neq K'$), то эпюры распределения напряжений и вдоль оси пласта (оси y), и вдоль его кровли носят ступенчато переменный характер [18]. Горизонтальные участки на эпюрах напряжений соответствуют участкам, где реализуются специальные условия прочности Кулона — Мора, сменяются участками с нелинейным возрастанием напряжений, на которых выполняются общие критерии Кулона — Мора.

Обрушение пород распространяется от кровли выработки вверх массива под углом ψ к горизонту (рис. 1). В зависимости от горно-геологических условий этот угол изменяется в пределах от 40° до 50° [2]. Максимальная мощность слоя обрушенных пород h_0 определяется условиями подбучивания, при которых верхние слои получают опору на обрушенные породы, препятствующие их дальнейшему значительному смещению. Мощность слоя зависит от физико-механических свойств пород кровли пласта и вычисляется по формуле [2]:

$$h_0 = \frac{m}{k_p - 1},$$

где k_p — коэффициент разрыхления разрушенных пород.

Здесь слой обрушенных пород соответствует третьему варианту, согласно которому он обладает связностью и, поэтому задача о распределении напряжений в краевой части слоя

решается таким же образом, как и в угольном пласте.

Зная характер распределения линий скольжения и напряжений на них, можно определить напряжения в любой точке предельно напряжённой зоны и пласта, и слоя обрушенных пород, в том числе, и на их границах (контактах) с окружающим массивом. В этой связи замена краевых частей пласта и слоя, находящихся в предельном состоянии, действующими на контактах с массивом нормальными и касательными напряжениями позволяет сформулированную задачу свести ко второй внешней краевой задаче теории упругости, которая решается методом граничных интегральных уравнений. В отличие от классической задачи граничные условия формулируются не только по контуру выработки, но и по всему замкнутому контуру, включающему кровлю, почву выработки, а также контакта пласта и обрушенного слоя с окружающим массивом на участках предельно напряжённых зон [14]. При решении задачи эпюры напряжений в предельных зонах следует аппроксимировать аналитическими зависимостями, например, полиномами, поскольку это облегчает решение задачи [18].

Поскольку изначально размеры предельно напряжённых зон в пласте и в слое обрушенных пород неизвестны, то задачу теории упругости приходится решать неоднократно, задаваясь размерами этих зон, затем вычислять напряжения и проверять выполнение статических граничных условий на границе упругой и предельной зон. В случае невыполнения условий решение ищется при других размерах этих зон до тех пор, пока статические граничные условия не будут выполнены с заданной точностью. Эпюра вертикальных нормальных напряжений, построенная вдоль кровли пласта в ходе решения задачи, является эпюрой опорного давления на угольный пласт, а её параметрами являются величина главного нормального напряжения на границе упругой и предельной областей $\sigma_{1, \max}$, а также протяжённость предельно напряжённой зоны пласта L .

Для более полной оценки геомеханического состояния угольного пласта, в том числе и его прочности, необходимо располагать картиной его деформированного состояния.

Так как поле напряжений в предельно напряжённой зоне пласта в поставленной задаче построено на основе критерия Кулона — Мора, то это предполагает, что деформирование пласта происходит при постоянной интенсивности напряжений σ_u , равной пределу прочности σ_0 пласта и, следовательно, соответствует идеализированной диаграмме Прандтля [7, 19, 20]. Согласно этой диаграмме деформирование материала происходит без упрочнения, т.е. при достижении интенсивностью напряжений предела прочности материала деформации в нём продолжают расти при том же уровне интенсивности напряжений. Такой рост деформаций материала называется течением, а горизонтальный участок текучести на диаграмме условных напряжений неограничен, и поэтому оценить наступление разрушения материала нельзя.

Однако реальные материалы имеют ограничения в деформациях, при достижении которых, происходит либо их мгновенное разрушение, либо разупрочнение, которое на диаграмме условных напряжений соответствует наклонному к оси абсцисс участку, до некоторой величины остаточного напряжения [7, 8]. В этой связи диаграмму Прандтля в расчётах можно использовать, но при условии ограниченного участка текучести. Размер участка определяется, исходя из результатов эксперимента с образцами на одноосное сжатие до их полного разрушения, либо воспользоваться имеющейся информацией из справочной литературы, а для оценки деформированного состояния пластической неупрочняющейся среды следует использовать зависимости ассоциированного закона пластического течения [7, 19], согласно которому

$$d\varepsilon_j = d\Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} \quad (j=1, 2, 3). \quad (1)$$

В выражении (1) $d\varepsilon_j$ — приращение пластической деформации, F — функция пластичности принимается в соответствии с выбранным критерием прочности [7, 19], индекс j принимает значения 1, 2, 3; $d\Lambda$ — дифференциально малый параметр, являющийся коэффициентом пропорциональности между компонентами дифференциальных приращений пластических деформаций и приращений дифференциалов напряжений. Приращение деформации $d\varepsilon_2$ равно нулю, поскольку в условиях плоской деформации $\varepsilon_x = \varepsilon_2 = 0$, а отсюда:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] = 0, \\ \sigma_2 = \sigma_x &= \mu(\sigma_1 + \sigma_3) \end{aligned} \quad (2)$$

Функция пластичности в данной задаче — это критерий Кулона — Мора, который в наиболее компактной форме представляется в следующем виде [7]:

$$\sigma_1 - \beta\sigma_3 = \sigma_0, \quad (3)$$

где β — параметр объёмной прочности β определяется по формуле:

$$\beta = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho}$$

Следовательно, функция пластичности представляется в следующем виде [7]:

$$F = \sigma_1 - \beta\sigma_3 - \sigma_0, \quad (4)$$

а параметр $d\Lambda$ определяется согласно зависимости [19, 20]:

$$d\Lambda = \frac{3d\varepsilon_u}{2\sigma_u}. \quad (5)$$

В формуле (5) $d\varepsilon_u$ — интенсивность приращений пластических деформаций, σ_u — интенсивность напряжений, которая принята равной пределу прочности пласта σ_0 .

После подстановки выражения (4) в зависимость (1) получают следующие выражения для приращений деформаций и соотношение между ними.

$$d\varepsilon_1 = d\Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} = d\Lambda,$$

$$d\varepsilon_3 = d\Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_3} = -\beta d\Lambda \text{ и } d\varepsilon_3 = -\beta d\varepsilon_1 \quad (6)$$

Отсюда следует, что, что изменение объёма dV , определяемое суммой деформаций, не равно нулю, как это принято для идеально пластичного несжимаемого материала

$$dV = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = d\varepsilon_1 - \beta d\varepsilon_1 \neq 0$$

Так как в полученном выражении коэффициент β больше единицы, то объём в предельной зоне возрастает и, следовательно, угольный пласт здесь разрыхляется [7, 8].

В этой связи коэффициент β играет роль коэффициента поперечной деформации ν .

Интенсивность приращений деформаций определяется зависимостью [19, 20]

$$d\varepsilon_u = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2}. \quad (7)$$

После подстановки приращений деформаций из выражений (6) в зависимость (7) и некоторых преобразований получается следующее выражение для $d\varepsilon_u$

$$d\varepsilon_u = \frac{d\varepsilon_1 \sqrt{2}}{3} \sqrt{1 + \beta^2 + (\beta + 1)^2} = \frac{2d\varepsilon_1}{3} \sqrt{1 + \beta + \beta^2}. \quad (8)$$

При вычислении приращения деформации $d\varepsilon_1$ в различных точках предельно напряжённой зоны пласта используется метод упругих решений, согласно которому задачи пластичности могут решаться как задачи теории упругости, но с заменой упругих констант переменными параметрами, зависящими от деформаций. В данном случае следует заменить только модуль упругости на модуль деформации, поскольку коэффициент ν на участке предельно напряжённой зоны постоянен и равен β .

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E(\varepsilon)} [d\sigma_1 - \nu(d\sigma_2 + d\sigma_3)]. \quad (9)$$

После подстановки формулы (3) в выражение (9) оно принимает следующий вид:

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E(\varepsilon)} [(1 - \mu \cdot \nu) d\sigma_1 - \nu(1 + \mu \cdot \nu) d\sigma_3]. \quad (10)$$

Приращения пластических деформаций в пласте определяются по следующим формулам [20]:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1 &= \frac{3d\varepsilon_u}{2\sigma_u} (\sigma_1 - \sigma_{cp}), \\ d\varepsilon_3 &= \frac{3d\varepsilon_u}{2\sigma_u} (\sigma_3 - \sigma_{cp}), \end{aligned} \quad (11)$$

где σ_{cp} — среднее напряжение, которое с учётом (3) принимают вид:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{(1 + \mu)(\sigma_1 + \sigma_3)}{3}. \quad (12)$$

Если перейти от дифференциальных зависимостей к их конечным соотношениям, разбив предельно напряжённую зону на конечное число равных участков N , то соотношение (10) для промежуточной точки i принимает следующий вид:

$$\Delta\varepsilon_{1,i} = \frac{1}{E_i} [(1 - \mu \cdot \nu) \Delta\sigma_{1,i} - \nu(1 + \mu) \Delta\sigma_{3,i}], \quad (13)$$

где приращения $\Delta\varepsilon$, $\Delta\sigma$, выражаются следующим образом:

$$\Delta\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{1,i} - \varepsilon_{1,i-1}, \Delta\sigma_i = \sigma_{1,i} - \sigma_{1,i-1}, \quad (14)$$

а модуль деформации E_i определяется по формуле

$$E_i = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_y + \frac{\varepsilon_{np} - \varepsilon_y}{N} \cdot i},$$

где $\varepsilon_y = \sigma_0/E$ — предельная упругая деформация при одноосном сжатии.

С учётом соотношений (14) выражение (13) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{u,i} &= \frac{2}{3E_i} \sqrt{1 + \beta + \beta^2} [(1 - \mu \cdot \nu)(\sigma_{1,i} - \sigma_{1,i-1}) - \\ &\quad - \nu(1 + \mu)(\sigma_{3,i} - \sigma_{3,i-1})], \end{aligned} \quad (15)$$

и выражения (11) представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{1,i} &= \frac{3\Delta \varepsilon_{u,i}}{2\sigma_0} (\sigma_{1,i} - \sigma_{cp,i}), \\ \Delta \varepsilon_{3,i} &= \frac{3\Delta \varepsilon_{u,i}}{2\sigma_0} (\sigma_{3,i} - \sigma_{cp,i}). \end{aligned} \quad (16)$$

Очевидно, что для определения деформаций в точке N , расположенной на кромке пласта, необходимо просуммировать деформации всех промежуточных участков, принадлежащих предельно напряжённой зоне, и тогда выражения для пластических деформаций примет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{u,N} &= \sum_{i=1}^N \Delta \varepsilon_{u,i}, \quad \varepsilon_{1,N} = \sum_{i=1}^N \Delta \varepsilon_{1,i}, \\ \varepsilon_{3,N} &= \sum_{i=1}^N \Delta \varepsilon_{3,i}. \end{aligned} \quad (17)$$

Соотношения (15) – (17) определяют поле деформаций в предельной зоне пласта.

В условиях однородной деформации, которая соответствует состоянию образца при одноосном сжатии, когда напряжения в нём не меняются, выражения (17) записываются в конечных величинах:

$$\varepsilon_{1,0} = \varepsilon_{np}, \quad \varepsilon_{2,0} = \varepsilon_{3,0} = -\nu \varepsilon_{1,0} \quad (18)$$

где $\varepsilon_{1,0}$, $\varepsilon_{2,0}$, $\varepsilon_{3,0}$ — главные деформации в испытываемом образце.

После подстановки (18) в зависимость (7), в которой интенсивность деформаций записывается в конечных деформациях, её выражение принимает следующий вид:

$$\varepsilon_{u,0} = \frac{2}{3}(1 + \nu) \varepsilon_{np}. \quad (19)$$

Здесь, как и в классической литературе [15, 16], состояние пласта, при котором в нём произойдут разрушения, принимается при условии, что интенсивность пластических деформаций в самом пласте будет не меньше аналогичной интенсивности в образце при одноосном сжатии, соответствующим его разрушению.

Таким образом, условие разрушения пласта записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{u,N} &= \sum_{i=1}^N \varepsilon_{u,i} \geq \varepsilon_{u,0} = \frac{2}{3}(1 + \nu) \varepsilon_{np}, \\ \text{отсюда } \varepsilon_{np} &\leq \frac{3}{2(1 + \nu)} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{u,i} \end{aligned} \quad (20)$$

Для построения поля перемещений, которое также занимает важное место при оценке изменения мощности пласта и величины выпирания его кромки внутрь выработки [21, 22] нужно воспользоваться дифференциальными соотношениями Коши [20].

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (21)$$

где v — перемещение точки тела вдоль оси y , w — перемещение точки вдоль оси z .

В конечной разностной форме выражения представляются в следующей форме:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{y,i} = \varepsilon_{3,i} &= \frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta y}, \\ \varepsilon_{z,i} = \varepsilon_{1,i} &= \frac{w_i - w_{i-1}}{\Delta z} \end{aligned} \quad (22)$$

где Δy , Δz — шаги приращения координат, принятые в задаче постоянными.

Из выражений (22) получаются рекуррентные соотношения для вычисления перемещения текущих точек по их значениям в предыдущих точках и ранее вычисленным деформациям:

$$v_i = v_{i-1} + \varepsilon_{y,i} \Delta y, \quad w_i = w_{i-1} + \varepsilon_{z,i} \Delta z. \quad (23)$$

Следует отметить, что деформация точки, лежащей на границе упругой и пластической областей, считается упругой. Кроме этого, поскольку деформация ε_z изменяется только вдоль оси y , то перемещение w точек пласта следует искать относительно точек пласта, не перемещающихся вертикально. Эти точки в силу симметрии пласта относительно оси y находятся на ней.

В этой связи можно ограничиться определением перемещений точек кровли пласта относительно его оси. Тогда выражение для w_i из (23) принимает следующий вид:

$$w_i = w_{i-1} + \varepsilon_{z,i} h/2. \quad (24)$$

Зависимости (23), (24) позволяют построить перемещения точек кровли (почвы) пласта.

ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ниже проведены результаты вычислительного эксперимента. В качестве исходной информации приняты следующие значения параметров массива и выработки, при этом ряд физико-механических характеристик пласта взят из справочных данных, приведённых в [2, 7, 8]. $H = 600$ м, $\gamma = 25$ кН/м³, $\lambda = 1$, $E = 6,5 \times 10^3$ МПа, $\mu = 0,29$; $\sigma_0 = 10$ МПа, $\rho = 20^\circ$, $\varepsilon_{np} = 0,018$; $\sigma_s = 5$ МПа, $\rho_s = 20^\circ$, $\rho' = \rho'_s = 10^\circ$, $K' = K'_s = 0$, $k_p = 1,2$; $b = 20$ м, $h = 3$ м.

На рис. 2а показана эпюра главного вертикального нормального напряжения σ_1 (кривые 1, 2) в кровле угольного пласта, а на рис. 2б эпюры σ_1 (кривые 1, 2) и σ_3 (кривые 3, 4) построены вдоль оси пласта. Цифрами 1, 3 обозначены части эпюр в предельно напряжённой зоне пласта, цифрами 2, 4 — в упругой области. Из рисунков следует, что параметры опорного давления принимают следующие значения: в кровле пласта $\sigma_{1,max} = 2,702$ γH (40,53 МПа), $L=6,25$ м; вдоль оси пласта $\sigma_{z,max} = \sigma_{1,max} = 2,606$ γH (39,09 МПа), $L = 6,25$ м.

Поскольку параметры опорного давления в кровле пласта и вдоль его оси практически совпадают, то нет необходимости в построении поля деформаций по всей мощности его предельно напряжённой зоны, а достаточно определить деформации вдоль одного направления.

На рис. 3а представлены графики распределения деформаций ε_y (кривая 1), ε_z (кривая 2) вдоль оси пласта, а на рис. 3б показан график изменения вдоль этой оси интенсивности деформаций ε_u . Из рисунка следует, что все графики имеют плавный характер и достигают максимального значения на кромке пласта. На рис. 3б отмечено, что максимальное значение интенсивности деформаций равно 0,035. Для оценки прочности пласта по формуле (19) вычислена интенсивность деформаций при одноосном сжатии образца $\varepsilon_{u,0}$. Для приведённого значения $\rho = 20^\circ$ значение

$\nu = \beta = 2,04$, а $\varepsilon_{u,0} = 0,04$. Из условия разрушения (20), следует, что пласт не разрушится.

Перемещения точек оси (кровли) пласта вычислены по формулам (23), (24). Результаты представлены на рис. 4. Для удобства сравнения перемещений их значения взяты по модулю, поскольку на самом деле направления перемещения точек не совпадают с положительными направлениями осей y , z . Максимальное горизонтальное перемещение (отжим пласта) происходит на кромке пласта, при этом кромка смещается внутрь выработки на 0,1 м, а кровля пласта на кромке смещается вниз на 0,163 м.

Следует отметить, что почва пласта, наоборот перемещается на такую же величину вверх. В этой связи, мощность пласта на кромке уменьшается на 0,326 м.

Результаты проведённого вычислительного эксперимента, при $\varepsilon_{np} = 0,015$ ε_u пласта становится равной $\varepsilon_{u,0}$ образца, если же ε_{np} окажется меньше 0,015, то ε_u будет больше $\varepsilon_{u,0}$.

Таким образом, согласно условию (20) при значениях $\varepsilon_{np} \leq 0,015$ произойдёт разрушение краевой части пласта, примыкающей непосредственно к забою очистной выработки. В рамках предложенного подхода оценки прочности пласта ширина его разрушенной части для конкретного примера может быть легко найдена. Для этого надо лишь найти число участков n , при которых перестаёт выполняться условие (20). В этом случае часть пласта между точками N и n соответствует его разрушенному состоянию.

В заключении следует отметить, что в работе [23] представлено решение данной задачи, однако, в её постановке были приняты недостаточно обоснованные допущения.

Во-первых, приращение деформации $\Delta\varepsilon_3$ определялось не по второй формуле соотношений (16), а вычислялось, исходя из соотношения (6), что не совсем верно, поскольку при решении задачи принято допущение о том, что деформирование пласта происходит без упрочнения согласно соотношениям теории течения.

Во-вторых, в работе [23] при вычислении деформаций модуль упругости пласта

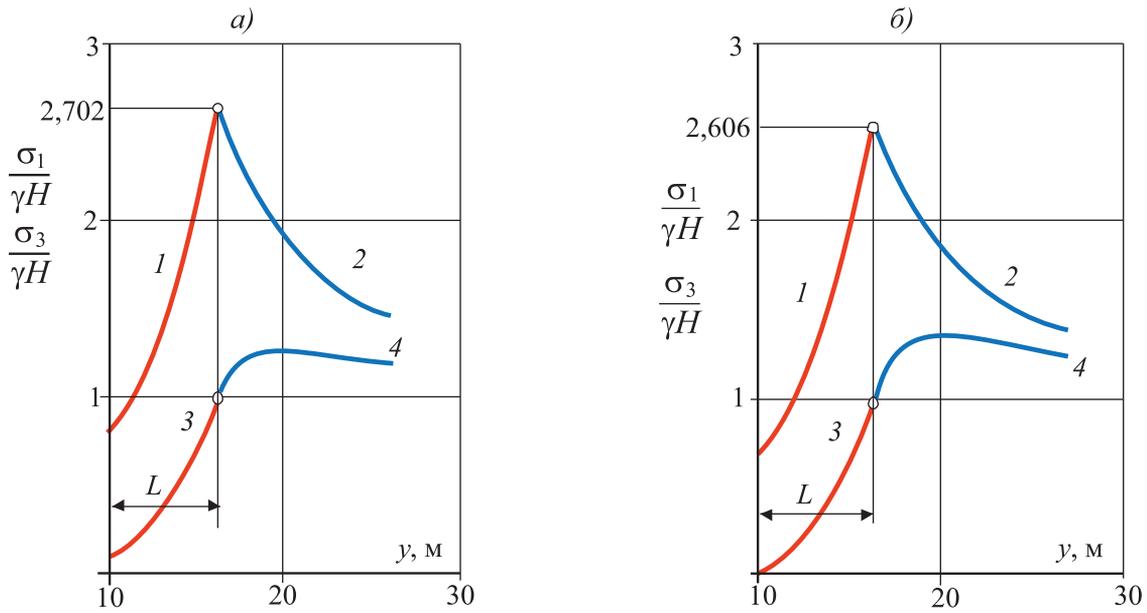


Рис. 2. Эпюры главных напряжений в кровле (а) и вдоль оси пласта (б)

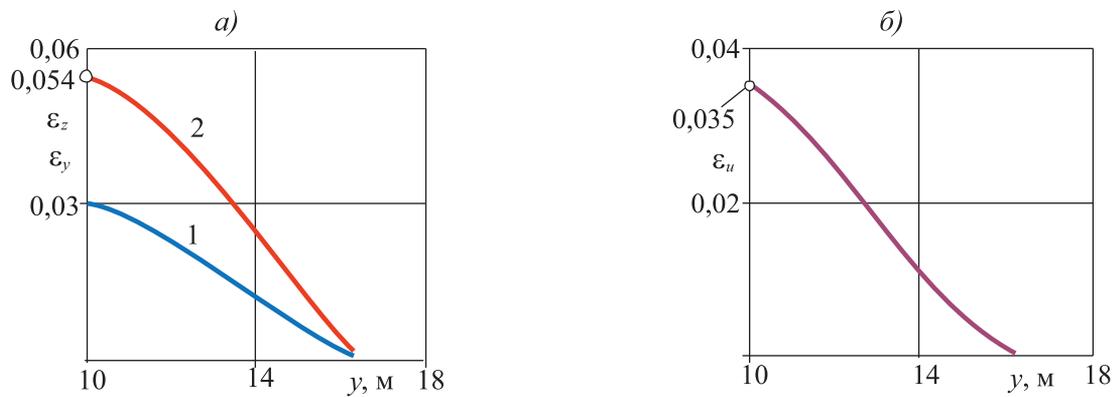


Рис. 3. Графики деформаций ϵ_y, ϵ_z (а) и их интенсивности ϵ_u (б) вдоль оси y

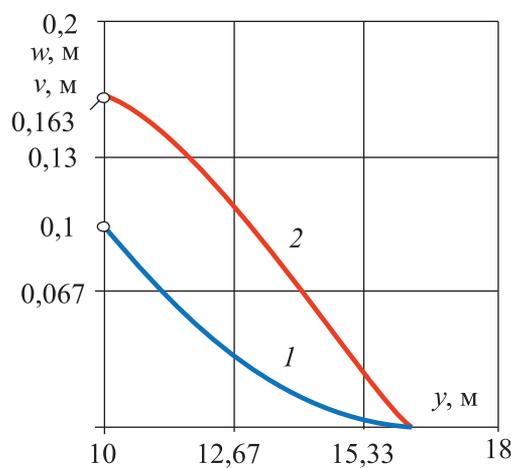


Рис. 4. Графики перемещений сечений пласта v (а) и w (б) вдоль оси y

принимался постоянной величиной, хотя при деформировании материала при постоянном уровне интенсивности напряжений в соответствии с методом упругих решений

деформации вычисляются при переменном модуле упругости.

В данной работе перечисленные неточности устранены.

ВЫВОДЫ

1. Переход угольного пласта в предельно напряжённое неупругое состояние в краевой зоне происходит согласно критериям Кулона — Мора и сопровождается пластическим течением (без упрочнения), соответствующим диаграмме деформирования Прандтля. Применение ассоциированного закона пластического течения, в котором функция пластичности представлена критерием прочности Кулона — Мора, к оценке деформированного состояния пласта показывает, что в краевой зоне он не является несжимаемым, а его горизонтальная деформация сопоставима с вертикальной деформацией. В этой связи отжим пласта может быть существенным.

2. При ограниченном участке текучести в качестве критерия разрушения краевой зоны пласта принят деформационный

критерий о превышении интенсивности деформаций пласта предельной деформации, соответствующей разрушению образца при одноосном сжатии. Разрушение части пласта, примыкающей к забою очистной выработки, может произойти при небольших размерах выработанного пространства, если участок пластического течения на диаграмме деформирования образца мал и сопоставим с участком его предельной деформации.

3. Деформирование пласта в предельно напряжённой зоне сопровождается не только его уменьшением мощности, но и выпиранием (перемещением) его кромки внутрь выработанного пространства. При значительных размерах выработанного пространства перемещения кромки пласта могут достигать нескольких десятков сантиметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ходот В. В. Внезапные выбросы угля и газа. М.: ГНГИ, 1961. 363 с.
2. Фисенко Г. Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М.: Недра, 1976. 272 с.
3. Петухов И. М., Линьков А. М. Механика горных ударов и выбросов. М.: Недра, 1983. 280 с.
4. Winton J. G. A review of energy associated with coal bursts // *International Journal of Mining Science and Technology*. 2018, Vol. 28. Iss. 5 P. 755–761.
5. Черданцев Н. В. Об одном подходе к построению решения задачи о выбросе угля и метана из краевой зоны пласта // *Прикладная математика и механика*. 2023. № 1. С. 81–111.
6. Баклашов И. В. Основы геомеханики. Т. 1. М.: Изд-во Моск. гос. геол. ун-та, 2004. 208 с.
7. Булычев Н. С. Механика подземных сооружений. М.: Недра, 1984. 382 с.
8. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. М.: Недра, 1992. 224 с.
9. Jiang H. Simple three-dimensional Mohr-Coulomb criteria for intact rocks // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2018. Vol. 105. P. 145–159.
10. Sia X., Gongab F., Liab X., Wangc S., Luo S. Dynamic Mohr–Coulomb and Hoek–Brown strength criteria of sandstone at high strain rates // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2019. Vol. 115. P. 48–59.
11. S. Wuab S. Zhang, G. Zhang. Three-dimensional strength estimation of intact rocks using a modified Hoek-Brown criterion based on a new deviatoric function // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2018. Vol. 107. P. 181–190.
12. Корчак П. А. Геомеханический прогноз развития зон хрупкого разрушения в окрестности сопряжения горных выработок в перенапряженном породном массиве // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2021. № 5. С. 85–98.
13. Захаров В. Н., Трофимов В. А., Шляпин А. В. Закономерности формирования напряженного состояния горных пород в кровле выработанного пространства при его развитии // *Горная промышленность*. 2021. № 6. С. 68–75.
14. Жабин А. Б., Поляков А. В., Аверин Е. А., Линник Ю. Н., Линник В. Ю. Обобщение современных сведений о корреляционных зависимостях предела прочности на сжатие с иными

прочностными показателями горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2022. № 6. С. 5–19.

15. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М.: Наука, 1990. 272 с.

16. Пучков Л. А., Шаровар И. И., Виткалов В. Г. Геотехнические способы разработки месторождений. М.: Горная книга, 2006. 322 с.

17. Черданцев Н. В. Решение задачи о раскрытии метаном трещин в предельно напряжённой зоне пласта // Безопасность труда в промышленности. 2022. № 2. С. 13–19.

18. Черданцев Н. В. Исследование предельно напряжённого состояния пласта в его краевой зоне методами механики сыпучей среды // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2020. № 3. С. 45–57.

19. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.

20. Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990. 400 с.

21. Криницын Р. В. Напряженно-деформированное состояние массива горных пород при отработке месторождений Урала // Горная промышленность. 2022. № 5. С. 79–82.

22. Сашурин А. Д., Панжин А. А. Современные проблемы и задачи геомеханики // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2020. № 3–1. С. 188–198.

23. Черданцев Н. В. Определение деформаций краевой зоны угольного пласта при его отработке очистной выработкой // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2022. № 4. С. 38–49.

UDC 622.023.23

© N. V. Cherdantsev, 2024

N. V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences,

Chief Researcher

Federal Research Center for Coal and Coal Chemistry, Kemerovo

e-mail: nvch2014@yandex.ru

SOLVING THE PROBLEM OF THE DEFORMED STATE OF THE MARGINAL ZONE OF A COAL SEAM BEING WORKED OUT BY A TREATMENT MINE

The problem belongs to the class of flat elastoplastic problems. In them, to construct a stress field in the marginal extremely stressed zone of the formation, a system of two differential equations of equilibrium and one condition of the limiting state is sufficient to bring it to a hyperbolic differential equation, which is solved by the method of characteristics. Based on the constructed stress field, the problem of the stress state of the surrounding rock mass is reduced to the second external boundary value problem of the theory of elasticity and is solved by the boundary element method. The joining of elastic and plastic problems, from which the width of the extremely stressed zone of the formation is determined, is performed by the method of successive approximations. The Coulomb–Mohr strength criterion used in the construction of the stress field corresponds to the Prandtl diagram with a horizontal deformation section. In this regard, in addition to the constructed stress field, the equations of the theory of plasticity in the form of the associated law of plastic flow are used to construct the displacement field in a coal seam. A deformation criterion has been adopted as a condition for the destruction of a formation, in which the magnitude of its deformation intensity is compared with reference information on the mechanical characteristics of coal seams.

Keywords: COAL SEAM, MINING, COULOMB–MOHR CRITERION, ASSOCIATED LAW OF PLASTIC FLOW.

REFERENCES

1. Khodot V. V. Sudden outbursts of coal and gas. Moscow: Gosgortekhzdat, 1961. 363 p. [In Russ.].
2. Fisenko G. L. For the Limit state of rocks around an excavation. M.: «Nedra», 1976. 272 p. [In Russ.].
3. Petukhov I. M., Linkov A. M. Mechanics of rock bursts and outbursts. Moscow: Nedra, 1983. 280 p. [In Russ.].
4. Winton J. G. A review of energy associated with coal bursts // International Journal of Mining Science and Technology. 2018. Vol. 28. Iss. 5. P. 755–761.
5. Cherdantsev N. V. A Certain Approach to Constructing the Solution to the Problem of Coal and Methane Outburst from a Marginal Seam Zone // Mechanics of Solids [Prikladnaya matematika i mekhanika]. 2022. Vol. 57. Iss. 8. P. 2128–2150. [In Russ.].
6. Baklashov I. V. Fundamentals of Geomechanics. V. 1. Moscow: Mosk. State Geol. Univ. Pub., 2004. 208 p. [In Russ.].
7. Bulychev N. S. Mechanics of Underground Structures. Moscow: Nedra, 1984. 382 p. [In Russ.].
8. Stavrogin A. N., Protosenya A. G. Mechanics of deformation and destruction of rocks. Moscow: Nedra, 1992. 224 p. [In Russ.].
9. R.A. Galindo, A. Serrano, C. Olalla. Ultimate bearing capacity of rock masses based of modified Mohr – Coulomb strength criterion // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2017. Vol. 93. P. 215–225.
10. X. Sia, F. Gongab, X. Liab, S. Wangc, S. Luo. Dynamic Mohr–Coulomb and Hoek–Brown strength criteria of sandstone at high strain rates // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2019. Vol. 115. P. 48–59.
11. S. Wuab, S. Zhang, G. Zhang. Three-dimensional strength estimation of intact rocks using a modified Hoek–Brown criterion based on a new deviatoric function // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2018. Vol. 107. P. 181–190.
12. Korczak P. A. Geomechanical forecast of the development of brittle fracture zones in the vicinity of the interface of mine workings in an overstressed rock massif // Mining information and analytical bulletin [Gornyj informacionno-analiticheskij byulleten]. 2021. No. 5. P. 85–98. [In Russ.].
13. Zakharov V. N., Trofimov V. A., Shlyapin A. V. Regularities of formation of the stressed state of rocks in the roof of the developed space during its development // Mining industry [Gornaya promyshlennost]. 2021. No. 6. P. 68–75. [In Russ.].
14. Zhabin A. B., Polyakov A.V., Averin E. A., Linnik Yu. N., Linnik V. Yu. Generalization of modern data on the correlation dependencies of the compressive strength with other strength indicators of rocks // Mining information and analytical bulletin [Gornyj informacionno-analiticheskij byulleten]. 2022. No. 6. P. 5–19. [In Russ.].
15. Sokolovsky V. V. Loose Medium Statics. Moscow: Nauka, 1990. 272 p. [In Russ.].
16. Puchkov L. A., Sharovar I. I., Vitkalov V. G. Geotechnical methods of field development. Moscow: Gornaya kniga, 2006. 322 p. [In Russ.].
17. Cherdantsev N. V. Solution of the Problem of Crack Opening by Methane in the Extremely Stressed Zone of the Formation // Occupational safety in industry [Bezopasnost Truda v Promyshlennosti]. 2022. No. 2. P. 13–19. (In Russ.)
18. Cherdantsev N. V. Investigation of the extremely stressed state of the formation in its marginal zone by methods of mechanics of a loose medium // Mining information and analytical bulletin [Gornyj informacionno-analiticheskij byulleten]. 2020. No. 3. P. 45–57. [In Russ.].
19. Kachanov L. M. Fundamentals of plasticity theory. Moscow: Nauka, 1969. 420 p [In Russ.].
20. Alexandrov A. V., Potapov V. D. Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity. Moscow: Higher School, 1990. 400 p. [In Russ.].

21. Krinitsyn R. V. The stress-strain state of the rock mass during the development of deposits in the Urals // Mining industry [Gornaya promyshlennost']. 2022. No. 5. P. 79–82. [In Russ.].
22. Sashurin A. D., Panzhin A. A. Modern problems and tasks of geomechanics // Mining information and analytical bulletin [Gornyj informacionno-analiticheskij byulleten]. 2020. No. 3-1. P. 188–198. [In Russ.].
23. Cherdantsev N.V. Determination of deformations of the marginal zone of the coal seam during its development by treatment mining work // Bulletin of the VostNII Scientific Center for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoi i ekologicheskoi bezopasnosti]. 2022. No. 4. P. 38–49. [In Russ.].